6 Pour chacune des fonctions suivantes, donner la dérivée f' sur l'intervalle I.

1. $f : x \mapsto 2x - e^{-x}$, $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto x^2 + e^{\frac{1}{x}}$, $I = \mathbb{R}_+^*$.
3. $f : x \mapsto xe^{-x}$, $I = \mathbb{R}$.
4. $f : x \mapsto \dfrac{x-1}{e^x}$, $I = \mathbb{R}$.
5. $f : x \mapsto \dfrac{e^{2x}-1}{x^2+1}$, $I = \mathbb{R}$.
6. $f : x \mapsto 2x - 2\ln\left(1+e^x\right)$, $I = \mathbb{R}$.
7. $f(x) = e^x \ln(x)$, $I = \mathbb{R}_+^*$.
8. $f(x) = e^{-x}\left(e^{2x} + e^x - 1\right)$, $I = \mathbb{R}$.
9. $f : x \mapsto \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, $I = \mathbb{R}$.

7 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(ax^2 + bx + c\right)e^{-x}$.

On note C sa courbe représentative dans un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. On sait que la courbe C passe par le point $A(0,1)$ et qu'elle admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1. On sait aussi que $f'(0) = -6$.

Déterminer a, b et c.

8 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$.

1. calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
2. Pour tout entier non nul n, on note $f^{(n)}$ la dérivée $n^{ème}$ de f. Montrer que $f^{(n)}(x) = (-1)^n\left(x^2 + a_n x + b_n\right)e^{-x}$, où a_n et b_n sont des réels.

Exprimer a_{n+1} et b_{n+1} à l'aide de a_n et b_n.

3. Donner l'expression de a_n et b_n en fonction de n.
4. En déduire l'expression de $f^{(100)}$.

9 Dans chacun des cas suivants, déterminer une primitive de f sur l'intervalle I.

1. $f : x \mapsto e^{2x}$, $I = \mathbb{R}$.
2. $f : x \mapsto xe^{x^2+1}$, $I = \mathbb{R}$.
3. $f : x \mapsto \dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2(x)}$, $I = \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$.
4. $f : x \mapsto \sin(2x)e^{\cos^2(x)}$, $I = \mathbb{R}$.
5. $f : x \mapsto \dfrac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{1}{x-1}}$, $I =]1, +\infty[$.
6. $f : x \mapsto \sqrt{e^x}$, $I = \mathbb{R}$.
7. $f : x \mapsto \dfrac{e^{2x}}{1+e^{2x}}$, $I = \mathbb{R}$.
8. $f : x \mapsto \dfrac{e^{2x}-1}{1+e^{2x}}$, $I = \mathbb{R}$.
9. $f : x \mapsto xe^{2x^2}$, $I = \mathbb{R}$.

10 1. Calculer les intégrales suivantes.

a. $\displaystyle\int_0^1 \left(1+e^x\right)dx$.

b. $\displaystyle\int_0^1 xe^{x^2}\,dx$.

c. $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$.

d. $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{1+e^x}$.

e. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x}e^{\ln(x)}\,dx$

f. $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{-x}}{\left(1+e^{-x}\right)^2}dx$.

g. $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$.

2. Calculer à l'aide des intégrations par parties les intégrales suivantes.

a. $\displaystyle\int_1^2 2xe^{-x}dx$.